

בית הספר
לכלכלה



חוברת רענון במתמטיקה עבור תלמידי כלכלה

כתב וערך:
צוות הקורס במתמטיקה

שימושים אלגבריים

חלק א. נוסחאות הכפל המקוצר

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

דוגמאות

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$(a-3)^2 = a^2 - 6a + 9$$

$$16x^2 - 9 = (4x-3)(4x+3)$$

$$x^3 + 1 = x^3 + 1^3 = (x+1)(x^2 - x + 1)$$

$$8 - y^3 = 2^3 - y^3 = (2-y)(4+2y+y^2)$$

תרגילים לחלק א:

1. $(x+y)^2 =$

2. $(5x-2y)^2 =$

3. $-(x-2)^2 =$

4. $(5a^2 + 4ax)^2 =$

5. $(3m^2x - 5x)^2 =$

6. $-5(5m^3a - 2ma)^2 =$

7. $(5x-2)(5x+2) =$

8. $(x+3)(x-3) =$

9. $x^2 - 16 =$

10. $4x^2 - 49 =$

11. $16x^4 - 81 =$

12. $x^3 - 1 =$

13. $x^3 + 8 =$

ביטויים אלגבריים

ביטויים אלגבריים מכילים משתנים ומקדמים מספריים. ניתן לעשות פירוק לגורמים בביטויים אלגבריים ע"י :

1. פירוק לגורמים ע"י הוצאת גורם משותף.
2. פירוק לגורמים ע"י נוסחאות הכפל המקוצר

חלק ב. הוצאת גורם משותף

דוגמא 1 :

$x^2 - 7x - 7b + xb$ כאשר בביטוי האלגברי אין גורם משותף לכל האיברים אבל יש גורם משותף לחלק מהאיברים ועוד גורם משותף אחר ליתרת האיברים אנו נוציא גורם משותף לשתי הקבוצות ואז נראה אם נגיע למצב שיש עוד גורם משותף ולכן אנו נוציא גורם משותף לשני המחוברים הראשונים x וגורם משותף לשני המחוברים האחרים b ונקבל :

$$x(x-7) + b(-7+x)$$

$$x(x-7) + b(x-7)$$

כעת אנו רואים שיש גורם משותף לשני המחוברים החדשים שנוצרו והוא $(x-7)$.

לכן נוציא גורם משותף $(x-7)$ ונקבל :

$$(x-7)(x+b)$$

תרגילים לחלק ב :

$$1. 6m + 60 =$$

$$2. 20a - 2 =$$

$$3. 8x + 20 =$$

$$4. 15a - 9 =$$

$$5. 6x + 2y - 4z =$$

$$6. x^2 + 6x =$$

$$7. a^2 - 5a =$$

$$8. m^3 + 4m =$$

$$9. y^3 - 8y^2 =$$

$$10. 2x^2 + 5x =$$

$$11. 2x^2 + 6x =$$

$$12. 9a^2 - 6a =$$

$$13. 5m^3 + 5m =$$

$$14. 10a - a^2 =$$

$$15. 2ab + 6b =$$

$$16. x^3 + 4x^2 - 5x =$$

$$17. 10x^2 - 5x + x^2 =$$

$$18. 2a^2b + 5a =$$

$$19. mx^2 - 4mx =$$

$$20. m^2a^2 - 3a^3m =$$

21. $x(x+4)+7(x+4)=$
22. $3a(a-8)-2(a-8)=$
23. $m^2(m-1)+3(m-1)=$
24. $2x^2(x+6)+9(6+x)=$
25. $a(a-10)-(a-10)=$
26. $(x+6)(x-4)+3(x-4)=$
27. $(2x-1)(x+8)-4(x+8)=$
28. $(2x-1)(x+8)-x(x+8)=$
29. $3a(2a+7)+(a-9)(2a+7)=$
30. $10(m-1)+(m-4)(m-1)=$
31. $(5x-1)(x-2)+(x-4)(x-2)=$
32. $(5x-1)(x-2)-(x-4)(x-2)=$
33. $(3x-1)(x-2)-(2x-4)(x-2)=$
34. $7x(x-2)-(x-5)(x-2)=$
35. $9(x-6)-(x-4)(x-6)=$
36. $(3x+8)^2+2(3x+8)=$
37. $(3x-10)^2-2(3x-10)=$
38. $(x+8)^2-9(x+8)=$
39. $(4x-9)^2-(x-1)(4x-9)=$
40. $(2x+1)^2-(x-8)(2x+1)=$

חלק א

1. $x^2 + 2xy + y^2$

2. $25x^2 - 20xy + 4y^2$

3. $-x^2 + 4x - 4$

4. $25a^4 + 40a^3x + 16a^2x^2$

5. $9m^4x^2 - 30m^2x^2 + 25x^2$

6. $-125m^6a^2 + 100m^4a^2 - 20m^2a^2$

7. $25x^2 - 4$

8. $x^2 - 9$

9. $(x-4)(x+4)$

10. $(2x-7)(2x+7)$

11. $(4x^2+9)(2x-3)(2x+3)$

12. $(x-1)(x^2+x+1)$

13. $(x+2)(x^2-2x+4)$

חלק ב

1. $6(m+10)$

2. $2(10a-1)$

3. $4(2x+5)$

4. $3(5a-3)$

5. $3(3x+y-2z)$

6. $x(x+6)$

7. $a(a-5)$

8. $m(m^2+4)$

9. $y^2(y-8)$

10. $x(2x+5)$

11. $2x(x+3)$

12. $3a(3a-2)$

13. $5m(m^2+1)$

14. $a(10-a)$

15. $2b(a+3)$

16. $x(x^2 + 4x - 5)$
17. $x(11x - 5)$
18. $a(2ab + 5)$
19. $mx(x - 4)$
20. $ma^2(m - 3a)$
21. $(x + 4)(x + 7)$
22. $(3a - 2)(a - 8)$
23. $(m^2 + 3)(m - 1)$
24. $(2x^2 + 9)(x + 6)$
25. $(a - 1)(a - 10)$
26. $(x + 9)(x - 4)$
27. $(2x - 5)(x + 8)$
28. $(x - 1)(x + 8)$
29. $(4a - 9)(2a + 7)$
30. $(m + 6)(m - 1)$
31. $(6x - 5)(x - 2)$
32. $(4x + 3)(x - 2)$
33. $(x + 3)(x - 2)$
34. $(6x + 5)(x - 2)$
35. $(13 - x)(x - 6)$
36. $(3x + 8)(3x + 10)$
37. $(3x - 10)(3x - 12)$
38. $(x + 8)(x - 1)$
39. $(4x - 9)(3x - 8)$
40. $(2x + 1)(x + 9)$

משוואות ממעלה ראשונה

חלק א. משוואות ממעלה ראשונה בנעלם אחד.

משוואה הינה תבנית פסוק שבה יש את סימן השוויון .
בכל פעם שנרצה לפתור משוואה ממעלה ראשונה בנעלם אחד אנו נעבוד ע"פ השלבים הבאים :

1. נעשה תחום הגדרה למשוואה (בכדי לדעת אילו פתרונות אלינו לפסול).
2. נעשה מכנה משותף (אם צריך).
3. נפתח את הסוגריים (אם צריך).
4. נעביר את כל הביטויים עם הנעלם לאגף אחד תוך העובדה שכל איבר העובר אגף משנה את סימנו . (מחיובי לשלילי וההיפך).
5. נעביר את כל המספרים ו/או הפרמטרים לאגף האחר .
6. נבודד את הנעלם שלנו ע"י חלוקת המשוואה במקדם שלו ונמצא את ערכו .

דוגמא 1 :

נתונה המשוואה :

$$\frac{3x-2}{7} = \frac{x+5}{3} - 1$$

נעשה מכנה משותף ונקבל :

$$\frac{3x-2}{7} = \frac{x+5}{3} - \frac{21}{1} \quad | \cdot 21$$

$$3(3x-2) = 7(x+5) - 21$$

נפתח את הסוגריים ונקבל :

$$9x - 6 = 7x + 35 - 21$$

נעביר אגפים ונקבל :

$$9x - 7x = 35 - 21 + 6$$

$$2x = 20 : 2$$

$$x = 10$$

תרגילים לחלק א

1. $14x - 9 = 11x - 24$

2. $4(2x + 10) = 3(x - 2) - 43$

3. $\frac{3x+10}{3} - \frac{3x-2}{6} = \frac{6x+1}{5} - \frac{3x-11}{3}$

4. $\frac{2x+10}{7} + 5 = \frac{x-6}{2} - x$

5. $\frac{9}{x-2} - \frac{5}{x+2} = \frac{36}{x^2-4}$

6. $\frac{5x+1}{6} - \frac{x-4}{12} = \frac{3x+2}{4}$

7. $\frac{2}{x^2-16} - \frac{2}{3x+12} = \frac{1}{2x+8}$

חלק ב. משוואה ממעלה ראשונה עם פרמטרים

משוואות מסוג זה מכילות בנוסף למספרים גם פרמטרים.

כאשר הפרמטרים הללו מייצגים מספרים ולכן הפתרון יעשה באותו אופן כמו

משוואה רגילה והתוצאה עלולה להכיל גם פרמטרים.

דוגמא 1:

$$\frac{2a}{3x+3} - \frac{3b^2}{5x+5} = 1$$

תחום ההגדרה הוא : $x \neq -1$

נעשה מכנה משותף שהוא : $15(x+1)$ ונקבל :

$$\frac{2a}{3x+3} - \frac{3b^2}{5x+5} = \frac{15(x+1)}{15} \cdot 1$$

$$10a - 9b^2 = 15x + 15$$

נבודד את הנעלם שלנו ונקבל :

$$10a - 9b^2 - 15 = 15x : 15$$

$$x = \frac{10a - 9b^2 - 15}{15}$$

ניתן גם לחלק כל אחד מין האיברים ב 15 ולכתוב את הפתרון באופן הבא :

$$x = \frac{2}{3}a - \frac{3}{5}b^2 - 1$$

תרגילים לחלק ב :

$$1. \frac{x+m}{a} = \frac{a-x}{m}$$

$$2. \frac{x+b}{b} - \frac{x-b}{m} = 2$$

$$3. ax+4 = \frac{(a-1)^2}{4} - 3x$$

$$4. \frac{2x-b}{b} - \frac{a-2x}{a} = \frac{a^2+b^2}{ab}$$

$$5. \frac{4ax-a^2}{2} + \frac{a}{6} = ax - \frac{2x+1}{3}$$

פתרונות

חלק א

$$1. x = -5$$

$$2. x = -17.8$$

$$3. x = \frac{2}{3}$$

$$4. x = -12$$

$$5. \emptyset$$

$$6. x \in \mathbb{R}$$

$$7. x = 5\frac{5}{7}$$

חלק ב

$$1. x = a - m \quad (a \neq 0, m \neq 0, m \neq -a)$$

$$2. x = b \quad (b \neq 0, m \neq 0, m \neq b)$$

$$3. x = \frac{a-5}{4} \quad (a \neq -3)$$

$$4. x = \frac{a+b}{2} \quad (a \neq 0, b \neq 0, b \neq -a)$$

$$5. x = \frac{a-1}{2} \quad \left(a \neq -\frac{2}{3} \right)$$

מערכת משוואות ליניאריות

חלק א. שיטת החילוף וההצבה

כאשר נרצה לפתור מערכת משוואות ליניאריות ע"פ שיטת החילוף וההצבה נעבוד ע"פ השלבים הבאים :

1. נבודד את אחד המשתנים מאחת המשוואות (לא משנה איזה משתנה ומאיזו משוואה).
2. נציב את הביטוי שבידדנו במשוואה השנייה ונקבל משוואה עם נעלם אחד.
3. נפתור את המשוואה שהתקבלה ונמצא את המשתנה הראשון.
4. נציב את המשתנה שמצאנו בסעיף 3 בביטוי שבידדנו בסעיף 1 ונמצא את המשתנה השני.

דוגמא 1 :

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

נבודד את x מהמשוואה הראשונה ונקבל :

$$x = 6 - y$$

נציב את הביטוי שבידדנו במשוואה השנייה ונקבל :

$$(6 - y) - y = 2$$

קיבלנו משוואה בנעלם אחד נפתור אותה ונמצא את y .

$$(6 - y) - y = 2$$

$$-2y = -4 \quad / : -2$$

$$y = 2$$

נציב את המשתנה שמצאנו בביטוי שבידדנו בסעיף 1 ונקבל :

$$x = 6 - 2 = 4$$

את הפתרון אנו כותבים כך : $(4, 2)$

חלק ב. שיטת השוואת מקדמים

בשיטה זו אנו רוצים שמקדמים של אחד הנעלמים יהיו זהים כאשר הכלים העומדים לרשותנו הם האפשרות לכפול או לחלק כל משוואה באיזו מספר שאנו רוצים.

לאחר שהגענו למצב שבו המקדמים זהים יש לחסר או לחבר את המשוואות, המשתנה שהמקדמים שלו זהים מתבטל ואנו נשארים אם משתנה אחד, אנו נפתור את המשוואה ונמצא את המשתנה הראשון ולאחר מכן נציב את המשתנה שמצאנו באחת המשוואות (לא משנה איזו) ונמצא את המשתנה השני.

דוגמא 1:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

נכפול את המשוואה השנייה ב 2 בכדי שהמקדמים של ה x יהיו זהים ונקבל :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$$

כעת נחסר את המשוואות ונקבל :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ - \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$$
$$0 + y = 1$$
$$y = 1$$

בכדי למצוא את x נציב את y באחת המשוואות נציב במשוואה הראשונה ונקבל :

$$2x + 3 \cdot 1 = 7$$

$$2x = 4 / : 2$$

$$x = 2$$

הפתרון הוא : (2,1)

תרגילים

$$1. \begin{cases} 3y = x - 2 \\ 3y = 2x - 13 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 2 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 7 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \frac{3x+y}{5} - \frac{x-1}{6} = y+4 \\ \frac{x+y}{2} - 2(x-7) = \frac{y+10}{3} \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \frac{9}{x-y} + \frac{10}{x+y} = 5 \\ \frac{12}{x-y} - \frac{10}{x+y} = 2 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} (x-1)^2 + y = x^2 + 9 \\ 2y - 3x = 9 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \frac{4x+18}{5} - \frac{3y-6}{6} = 6 \\ \frac{3y+5}{7} + \frac{13-2x}{3} = 4 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{3y-4}{2} = y+2 \\ \frac{x}{3} - \frac{y+10}{4} = x-7 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2(3y+2x) - (x-y) = 18-y \\ 5(x+y) - 3x = 2(3x+5y) + 10 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2(x-6) - 3(2y+1) = y-7 \\ 3(x+1) + 5(y-8) = x-5 \end{cases}$$

פתרונות

1.(11,3)

2.(12,4)

3.(7,-1)

4.(4,1)

5.(-7,-6)

6.(8,10)

7.(6,2)

8.(-10,6)

9.(11,2)

משוואות ממעלה שנייה

התבנית הכללית של משוואה ממעלה שנייה הינה : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) שימו לב ש a צריך להיות שונה מאפס אחרת תתקבל משוואה ממעלה ראשונה , אך b ו c כן יכולים להיות אפס ולכן ישנם שלושה סוגים של משוואות ממעלה שנייה אנו נדון בפרק זה בכל השלושה .

משוואה ריבועית חסרה מסוג : $ax^2 + c = 0$ ($b = 0$)

בכל פעם שנרצה לפתור משוואה ריבועית חסרה ללא b אנו נפתור אותה ע"פ השלבים הבאים :

א. נבודד את x^2 .

ב. החזקה של x תעבור לאגף השני כשורש שני ואנו ניקח את התשובה פעם בערכה החיובי ופעם בערכה השלילי . (שימו לב זו הפעם היחידה שמותר לנו להשריש משוואה)

דוגמא 1 :

$$4x^2 - 256 = 0$$

נבודד את x^2 ונקבל :

$$x^2 = 64$$

$$x = \pm\sqrt{64}$$

$$x = \pm 8$$

$$x_1 = 8 \quad x_2 = -8$$

משוואה ריבועית חסרה מסוג : $ax^2 + bx = 0$ ($c = 0$)

בכל פעם שנרצה לפתור משוואה ריבועית חסרה ללא c אנו נפתור אותה ע"פ השלבים הבאים :

א. נוציא גורם משותף x לשני האיברים ונקבל מכפלה של שני אברים השווה לאפס .

ב. נשווה כל אחד מין הגורמים לאפס ונפתור , כל אחד מין הפתרונות הוא הפתרון של המשוואה ההתחלתית .

דוגמא 2 :

$$3x^2 + 27x = 0$$

נוציא גורם משותף x ונקבל :

$$3x \cdot \overbrace{(x+9)}^0 = 0$$

$$1.3x = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$2.x + 9 = 0 \Rightarrow x_2 = -9$$

משוואה ריבועית מלאה: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

בכל פעם שנרצה לפתור משוואה ריבועית מלאה או שנשתמש בשיטת הטרינום ובמידה וקשה לנו עם המספרים נפתור את המשוואה ע"פ נוסחת השורשים שהיא :

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

דוגמא 3 :

$$5x^2 + 22x + 24 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-22 \pm \sqrt{22^2 - 4 \cdot 5 \cdot 24}}{2 \cdot 5}$$

$$x_{1,2} = \frac{-22 \pm \sqrt{4}}{10}$$

$$x_1 = \frac{-22 + 2}{10} = \frac{-20}{10} = -2$$

$$x_{1,2} = \frac{-22 - 2}{10} = \frac{-24}{10} = \frac{-12}{5}$$

תרגילים

$$1. 7x^2 = 175$$

$$2. 33x^2 - 495 = 0$$

$$3. 25x^2 + 750 = 0$$

$$4. 4x^2 - 17 = 28 - x^2$$

$$5. (x-5)^2 + 10x = 89$$

$$6. 2x^2 - 3x = 0$$

$$7. 5x^2 = 27x$$

$$8. (2x-5)^2 = (x-7)^2 - 24$$

$$9. 6x^2 + 3\frac{1}{5}x - 1\frac{1}{2} = 0$$

$$10. \frac{x+13}{x+4} - \frac{x}{x-4} + 3 = 0$$

$$11. \frac{19}{x} = 2 + \frac{x-2}{7}$$

$$12. \frac{x-3}{x+2} - \frac{1-x}{2-x} = \frac{x^2+16}{x^2-4}$$

$$13. 5x - (x-3)^2 = 1$$

$$14. (3x-8)^2 - (x+3)^2 = 3x+1$$

$$15. (3x-2)^2 = 4x^2$$

$$16. 3x^2 - 5x - 12 = 0$$

$$17. \frac{12}{x^2-2x} - \frac{7}{x-2} = \frac{8}{x} - 4$$

$$18. (x+2)(x+4) = 35$$

$$19. \frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{2x+2} = \frac{1}{x^2+x}$$

$$20. (x-1)x^2 - 4(x-1) = 0$$

$$21. (x-1)^3 - (x-1) = 0$$

$$22. x(x-1)^2 - (x^3 - x) = 0$$

$$23. (x^3 - x)(2x+1) = 0$$

$$24. x^2 + 4x + \frac{9x^2-1}{3x+1} = \frac{32-2x^2}{x+4} - 29$$

פתרונות

חלק א

$$1.x = \pm 5$$

$$2.x = \pm \sqrt{15}$$

$$3.x = \emptyset$$

$$4.x = \pm 3$$

$$5.x = \pm 8$$

$$6.x = 0, x = 1.5$$

$$7.x = 0, x = 5.4$$

$$8.x = 0, x = 2$$

$$9.x = \frac{3}{10}, x = -\frac{5}{6}$$

$$10.x = 5, x = -6\frac{2}{3}$$

$$11.x = 7, x = -19$$

$$12.x = -4$$

$$13.x = 10, x = 1$$

$$14.x = 6, x = 1\frac{1}{8}$$

$$15.x = 2, x = 0.4$$

$$16.x = 3, x = -1\frac{1}{3}$$

$$17.x = 4, x = 1\frac{3}{4}$$

$$18.x = 3, x = -9$$

$$19.x = 2$$

$$20.x = 1, x = \pm 2$$

$$21.x = 0, x = 1, x = 2$$

$$22.x = 0, x = 1$$

$$23.x = 0, x = \pm 1, x = -\frac{1}{2}$$

$$24.x = -5$$

בעיות כלכליות ובעיות אחוזים

חלק א. בעיות גידול באחוזים

אם K מייצג את הקרן (מחיר הבסיס), ו P מייצג את המחיר לאחר הגידול באחוזים, נניח גידול של $X\%$ אזי הנוסחה המייצגת את המחיר הסופי P היא:

$$P = K \left(1 + \frac{X\%}{100} \right)$$

והנוסחה המייצגת רק את הגידול היא:

$$K \left(\frac{X\%}{100} \right)$$

דוגמא 1:

מחירו של מוצר מסוים היה 500 ₪. בשנה האחרונה התייקר המוצר ב 18%

א. מצא מה מחירו לאחר ההתייקרות?

ב. מצא בכמה שקלים התייקר המוצר?

פתרון:

א. נשתמש בנוסחה ונבדוק מה מחיר המוצר לאחר ההתייקרות.

$$P = 500 \left(1 + \frac{18}{100} \right) = 590$$

ב. ברור כי אנו יכולים להחסיר מ 590 את 500 ולמצוא בכמה שקלים התייקר המוצר אך אנו רוצים להשתמש בנוסחה ולקבל:

$$500 \left(\frac{18}{100} \right) = 90$$

חלק ב. בעיות דעיכה באחוזים

אם K מייצג את הקרן (מחיר הבסיס), ו P מייצג את המחיר לאחר הדעיכה (הקטון) באחוזים נניח ירידה של $X\%$ אזי הנוסחה המייצגת את המחיר הסופי P היא:

$$P = K \left(1 - \frac{X\%}{100} \right)$$

והנוסחה המייצגת רק את החלק שירד היא:

$$K \left(\frac{X\%}{100} \right)$$

דוגמא 3 :

מחירו של מוצר מסוים היה 500 ₪ . בשנה האחרונה הוחלט לבטל את המע"מ ולכן הוזל המוצר ב 16%

א. מצא מה מחיר המוצר לאחר ההוזלה ?

ב. מצא בכמה שקלים הוזל המוצר ?

פתרון:

א. נשתמש בנוסחה ונבדוק מה מחיר המוצר לאחר ההוזלה .

$$P = 500 \left(1 - \frac{16}{100} \right) = 420$$

ב. ברור כי אנו יכולים להחסיר מ 500 את 420 ולמצוא בכמה שקלים הוזל המוצר אך אנו רוצים להשתמש בנוסחה ולקבל :

$$500 \left(\frac{16}{100} \right) = 80$$

תרגילים

1. חשב את החלקים הבאים :

א. 30% מ 50

ב. 40% מ 160

ג. 60% מ 200

ד. 15% מ 150

ה. 3% מ 300

ו. 2.5% מ 120

ז. 7% מ 140

ח. 12.5% מ 200

ט. 13.5% מ 300

י. 17% מ 187

יא. 13% מ 196

2. מחיר חבית נפט הינו 160 ש"ח

א. ידוע כי מחיר הנפט התייקר ב 20% מצא מהו מחיר הנפט החדש?

ב. אם ידוע כי מחיר הנפט הוזל ב 15% מצא מהו מחיר הנפט החדש?

3. עלות העובדים לשעה במשק הינו 40 ש"ח

א. ידוע כי עלות התעסוקה התייקרה ב 5% מהו מחיר העובדים לשעה?

ב. אם ידוע כי לאחר העלייה בסעיף א הוזל עלות העובדים ב 10% מצא מהי

העלות החדשה לשעת עובד?

פתרונות

1.

א. 15

ב. 64

ג. 120

ד. 22.5

ה. 9

ו. 3

ז. 9.8

ח. 25

ט. 40.5

י. 31.79

יא. 25.48

2.

א. 192

ב. 136

3.

א. 42

ב. 37.8

חזקות ושורשים

חוקי חזקות

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \underline{\text{חוק מס 1 :}}$$

$$2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 \quad \underline{\text{דוגמא 1 :}}$$

$$x^3 \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{3\frac{1}{3}} \quad \underline{\text{דוגמא 2 :}}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \underline{\text{חוק מס 2 :}}$$

$$\frac{2 \cdot x^3}{x} = 2x^2 \quad \underline{\text{דוגמא 1 :}}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad \underline{\text{חוק מס 3 :}}$$

$$(3^2)^6 = 3^{12} \quad \underline{\text{דוגמא 1 :}}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad \underline{\text{חוק מס 4 :}}$$

$$3^{-x} = \frac{1}{3^x} \quad \underline{\text{דוגמא 1 :}}$$

$$\frac{1}{x^{-1}} = x \quad \underline{\text{דוגמא 2 :}}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m \quad \underline{\text{חוק מס 5 :}}$$

$$(2x)^3 = 2^3 \cdot x^3 = 8x^3 \quad \underline{\text{דוגמא 1 :}}$$

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad \underline{\text{חוק מס 6 :}}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2^x}{3^x} \quad \underline{\text{דוגמא 1 :}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m \quad \underline{\text{חוק מס 7 :}}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2x} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} \quad \underline{\text{דוגמא 1 :}}$$

$$a^0 = 1 \quad \underline{\text{חוק מס 8 :}}$$

$$\left(\frac{3^2}{4}\right)^0 = 1 \quad \underline{\text{דוגמא 1 :}}$$

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \underline{\text{חוק מס 9 :}}$$

$$\sqrt{4x^2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{x^2} = 2x \quad \underline{\text{דוגמא 1 :}}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \underline{\text{חוק מס 10 :}}$$

$$\sqrt{\frac{16}{x^4}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{x^4}} = \frac{4}{x^2} \quad \underline{\text{דוגמא 1 :}}$$

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \quad \underline{\text{חוק מס 11 :}}$$

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \quad \underline{\text{דוגמא 1 :}}$$

$$\sqrt{x^4} = (x^4)^{\frac{1}{2}} = x^2 \quad \underline{\text{דוגמא 2 :}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \underline{\text{חוק מס 12 :}}$$

$$\sqrt[7]{(2x-3)^2} = (2x-3)^{\frac{2}{7}} \quad \underline{\text{דוגמא 1 :}}$$

דוגמאות של תרגילים המשלבים מספר חוקים

דוגמא 1 :

$$\left(\frac{9}{2}\right)^8 \cdot \frac{8^3}{27^5} = \left(\frac{3^2}{2}\right)^8 \cdot \frac{(2^3)^3}{(3^3)^5} = \frac{(3^2)^8}{2^8} \cdot \frac{2^9}{3^{15}} = \frac{3^{16}}{2^8} \cdot \frac{2^9}{3^{15}} = 3 \cdot 2 = 6$$

תרגילים

א. פשט את הביטויים הבאים :

1. $x^7 \cdot x^5 \cdot x =$

2. $6x^5 \cdot 2x^3 \cdot 3x^7 =$

3. $\frac{a^3 b^7 c^5 a^9}{ab^4 c^2 a^7 c} =$

4. $\frac{y^6 \cdot y^3}{y^8 \cdot y} =$

5. $\frac{(x^3)^6 \cdot (y^{10})^4}{(x^4)^4 \cdot (y^5)^8} =$

6. $\frac{(-5)^5 \cdot (-5)^2}{(-5) \cdot (-5)^5} =$

7. $(a^2 \cdot b^5 \cdot c)^5 =$

8. $\left(\frac{3a}{b}\right)^3 =$

9. $\frac{(-4c \cdot b^6)^2 \cdot (-2b^2 \cdot c^5)^2}{2c^3 b (3c^2 \cdot b^4)^3} =$

10. $\frac{(d^2 \cdot e^4)^7 \cdot (e^{12} \cdot d^{11})^5}{(d^5 \cdot e^5)^2 \cdot (e^9 \cdot d^8)^5} =$

ב. מצא ללא מחשבון איזה מספר גדול יותר :

1. $(5)^{-300}, (5)^{-299}$ 2. $(27)^{-100}, (243)^{-60}$ 3. $(65)^{-100}, (4)^{-300}$

4. $\left(\frac{1}{8}\right)^{-40}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-70}$ 5. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-300}, \left(\frac{1}{3}\right)^{-200}$ 6. $(-3)^{-51}, (-3^2)^{-25}$

ג. חשב את x ע"פ הנתון :

$$1. x^{\frac{1}{2}} = 6 \quad 2. x^{\frac{2}{3}} = 9 \quad 3. x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{5}$$

$$4. x^{-\frac{3}{4}} = 27 \quad 5. x \cdot x^{-\frac{1}{3}} = 4 \quad 6. x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}} = 32$$

פתרונות

חלק א

סעיף א

$$1. x^{13}$$

$$2. 36x^{15}$$

$$3. a^4 b^3 c^2$$

$$4. 1$$

$$5. x^2$$

$$6. -5$$

$$7. a^{10} b^{25} c^5$$

$$8. \frac{27a^3}{b^3}$$

$$9. \frac{32c^3 b^3}{27}$$

$$10. d^{19} e^{33}$$

סעיף ב

$$1. (5)^{-300} < (5)^{-299}$$

$$2. (27)^{-100} = (243)^{-60}$$

$$3. (65)^{-100} < (4)^{-300}$$

$$4. \left(\frac{1}{8}\right)^{-40} < \left(\frac{1}{4}\right)^{-70}$$

$$5. \left(\frac{1}{2}\right)^{-300} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-200}$$

$$6. (-3)^{-51} < (-3^2)^{-25}$$

סעיף ג

$$1.x = 36$$

$$2.x = \pm 27$$

$$3.x = 25$$

$$4.x = \frac{1}{81}$$

$$5.x = 8$$

$$6.x = 4$$

בהצלחה!!!